

ファジィニューラルネット特性について

柏原 芳章・成久 洋之*

岡山理科大学大学院工学研究科修士課程情報工学専攻

*岡山理科大学工学部情報工学科

(1997年10月6日 受理)

1 はじめに

最近では、ファジィ推論ルールを調整する方法として、ファジィ推論とニューラルネットワーク (Neural Network: NN) を融合する手法、あるいは遺伝的アルゴリズムやパターン探索法といった最適化手法を用いてファジィ推論の調整を行う方法など様々な手法が提案されている。

今回、制御対象の入出力データさえ用意すれば、比較的短時間でファジィ推論ルールの調整を行える、NNの学習機能を用いる手法を取り入れる。しかし、この手法を用いても制御対象によっては、調整に時間がかかる場合、あるいは調整できない場合がある。この場合、ファジィ推論ルールの前件部メンバシップ関数 (Membership Function: MSF) の数を増やし、それを組み合わせることにより対応することになる。しかし、その場合 MSF の組み合わせの数である推論ルール数は、大幅に増加することになり、実用的ではなくなる。そこで、ファジィ推論ルールの前件部 MSF を従来用いられてきた二等辺三角型 MSF から折れ線型 MSF に変更する。これにより、MSF の形状を柔軟に変更することが可能になり、一個の推論ルールの表現能力が向上する。よって、二等辺三角型 MSF を用いた場合と比べて、より短時間でファジィ推論ルールの調整を行うことができる。このように、ファジィルールの構造を表現できるようなネットワーク構造を構成したり、ファジィ推論やファジィ制御の計算過程を表現する学習機能を持つ NN をファジィニューラルネットワーク (Fuzzy Neural Network: FNN) という。

本研究では、この手法を様々な数値例に適用し、シミュレーションによりその有効性を示す。

2 折れ線型 MSF を用いたファジィ推論

2.1 簡略化ファジィ推論

本研究では、次に示すような後件部出力値が実数値の簡略化ファジィ推論ルールを用いる。

Rule i : if x_1 is A_{1i} and x_2 is A_{2i} and \cdots and x_m is A_{mi} then y is w_i ($i = 1, \dots, n$) (1)

(1) 式で、 A_{ji} は前件部 MSF、 w_i は後件部出力値、添字 i はルール番号、添字 j は入力変数の番号を表す。

制御量 y は、各ルールの前件部適応度 μ_i を (2) 式で示す代数積で算出し、(3) 式で示すように要素 w_i の重み μ_i による重み付き平均（重心演算）によって決定する。

$$\mu_i = A_{1j}(x_1)A_{2i}(x_2)\cdots A_{mi}(x_m) \quad (2)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i w_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (3)$$

2.2 折れ線型MSF

図1に従来のファジィ推論ルールでよく用いられてきた二等辺三角形 MSF を示す。これを (4) 式のように定式化する。

$$A_{ji}(x_j) = \begin{cases} 1 - \frac{2|x_j - a_{ji}|}{b_{ji}} & , a_{ji} - b_{ji}/2 < x_j < a_{ji} + b_{ji}/2 \\ 0 & , otherwise \end{cases} \quad (4)$$

折れ線型 MSF は、図1に示す二等辺三角形 MSF の底辺を三角形の頂点 a_{ji} で分け、さらに左右の各底辺 b_{1ji} , b_{2ji} を2等分した中点で、折点 c_{1ji} , c_{2ji} を設ける。MSF の頂点 a_{ji} と左右の折点 c_{1ji} , c_{2ji} によって区切られた各領域は直線で構成される。図2にその概形を示す。この折れ線型 MSF を (5) 式のように定型化する。

$$A_{ji}(x_j) = \begin{cases} c_{1ji} - \frac{2c_{1ji}(a_{ji} - b_{1ji}/2 - x_j)}{b_{1ji}} & , a_{ji} - b_{1ji} < x_j \leq a_{ji} - b_{1ji}/2 \\ 1 - \frac{2(1 - c_{1ji})(a_{ji} - x_j)}{b_{1ji}} & , a_{ji} - b_{1ji}/2 < x_j \leq a_{ji} \\ 1 - \frac{2(1 - c_{2ji})(x_j - a_{ji})}{b_{2ji}} & , a_{ji} < x_j \leq a_{ji} + b_{2ji}/2 \\ c_{2ji} - \frac{2c_{2ji}(x_j - a_{ji} - b_{2ji}/2)}{b_{2ji}} & , a_{ji} + b_{2ji}/2 < x_j \leq a_{ji} + b_{2ji} \\ 0 & , otherwise \end{cases} \quad (5)$$

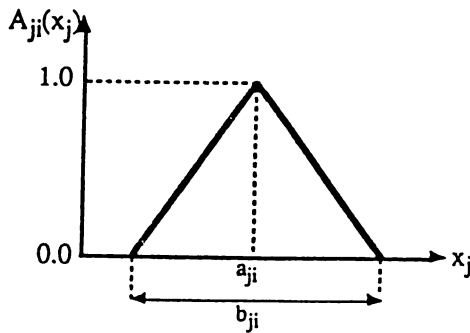


図1 二等辺三角形 MSF

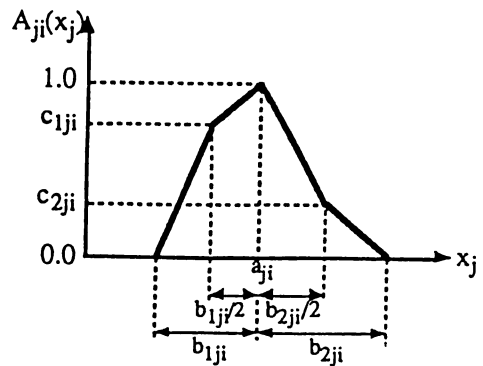


図2 折れ線型 MSF

3 ファジィニューラルネットワークによる学習

3.1 簡略化ファジィ推論の FNN 表現

本手法では、ファジィ推論ルールの調整において NN の学習機能を利用するために、(2)～(5)式で示されるファジィ推論の各演算を FNN の各機能に割り当て、ファジィ推論の過程を FNN で表現する。

図3は、入力層1、中間層2、出力層1からなる計4層の FNN である。第2層のユニットは前件部 MSF、第3層のユニットは前件部適合度を表している。入力層と中間層のユニットの結合係数は中間層と出力層のユニットの結合係数は、前件部 MSF と後件部実数値を用いる。

3.2 学習アルゴリズム

本手法では、ファジィ推論ルールの調整には、NN の学習則である最急降下学習法を用いる。ここで、学習の対象となるのは FNN における入力層と中間層ユニットの結合係数と中間層と出力層ユニットの結合係数、すなわち推論ルールの前件部 MSF と後件部実数値である。なお、前件部 MSF の学習は、具体的には図1、2に示すような MSF の形状を決定するパラメータの学習である。

最急降下学習法において、学習の方向を決定する評価関数を次に示すように定義する。

$$E = \frac{1}{2}(y(\xi(t), \mathbf{x}(p)) - y^*(p))^2 \quad (6)$$

ここで、 ξ は学習回数が t のときの MSF の形状を決定するパラメータ列

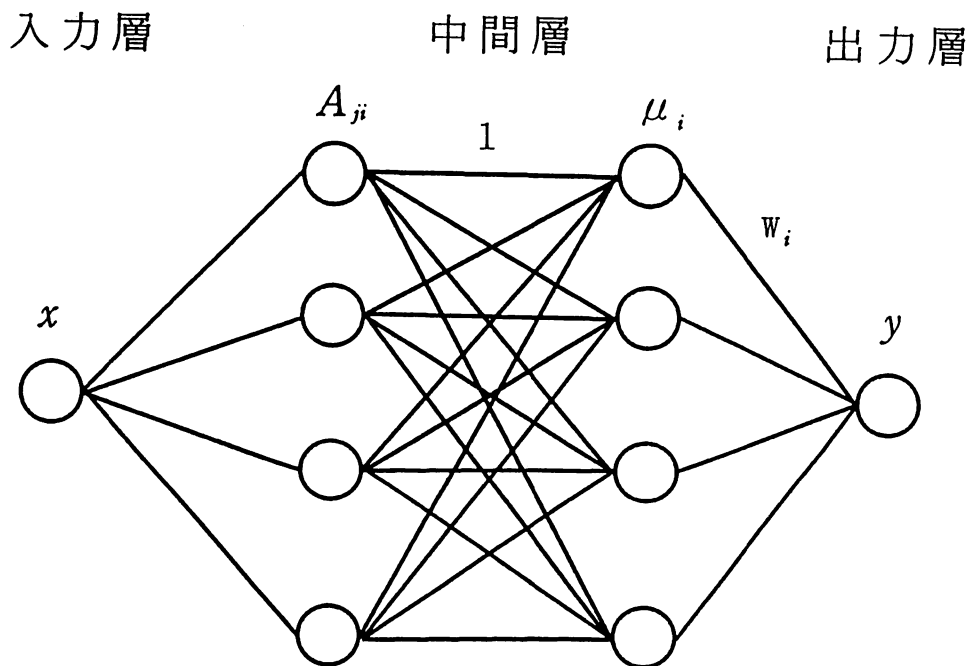


図3 ファジィニューラルネットの構造

$$\xi(t) = [a_{11}(t), b_{111}(t), b_{211}(t), c_{111}(t), c_{211}(t), \dots, a_{mn}(t), b_{1mn}(t), b_{2mn}(t), c_{1mn}(t), c_{2mn}(t)]$$

であり、二等辺三角型 MSF を用いる場合は、 $b_{1ji}(t)$ を $b_{ji}(t)$ とし、 $b_{2ji}(t)$, $c_{1ji}(t)$, $c_{2ji}(t)$ はこのパラメータ列に含まれない。 $\mathbf{x}(p)$ は、本来連続な変数である x_j を離散化したもの $x_j(p)$ の p 番目の入力列であり、次式で表せる。

$$\mathbf{x}(p) = [x_1(p), x_2(p), \dots, x_m(p)]$$

$y(\xi(t), \mathbf{x}(p))$ は (3) 式のファジィ推論出力であるが、パラメータ列 $\xi(t)$ で決定された MSF をもつファジィ推論ルールが、 p 番目の入力列 $\mathbf{x}(p)$ をとったときの推論出力であることを明示的に示している。 $y^*(p)$ は FNN が出力すべき値すなわち学習データであり、 p 番目の入力に対する学習すべき出力値であることを明示的に示している。これらは以後、特に断らない限り、 y および y^* で表す。

(6) 式において、 y は FNN の出力値で、 y^* は学習データである。最急降下学習法では、(6) 式で定められた評価関数の値が最も小さくなる方向に逐次的に学習を繰り返し、最適解を得る。

次に、折れ線型 MSF の場合の各学習手順において対象となるパラメータの学習式を示す。

$$w_i(t+1) = w_i(t) - K_w \frac{\partial E}{\partial w_i} \quad (7)$$

$$a_{ji}(t+1) = a_{ji}(t) - K_a \frac{\partial E}{\partial a_{ji}} \quad (8)$$

$$b_{1ji}(t+1) = b_{1ji}(t) - K_b \frac{\partial E}{\partial b_{1ji}} \quad (9)$$

$$b_{2ji}(t+1) = b_{2ji}(t) - K_b \frac{\partial E}{\partial b_{2ji}} \quad (10)$$

$$c_{1ji}(t+1) = c_{1ji}(t) - K_c \frac{\partial E}{\partial c_{1ji}} \quad (11)$$

$$c_{2ji}(t+1) = c_{2ji}(t) - K_c \frac{\partial E}{\partial c_{2ji}} \quad (12)$$

(7)～(12) 式で、 K_a, K_b, K_c, K_w は学習の刻み幅を決定する学習係数である。

(2)～(6) 式から $\partial E / \partial w_i, \partial E / \partial a_{ji}, \partial E / \partial b_{1ji}, \partial E / \partial b_{2ji}, \partial E / \partial c_{1ji}, \partial E / \partial c_{2ji}$ を計算すると、(13)～(18) のようになる。ここでは入力 x_j が領域

$$D = \{x_j | a_{ji} - b_{1ji} < x_j \leq a_{ji} - b_{1ji}/2\}$$

の範囲にある場合についてのみ述べるが、他の範囲についても同様に定義できる。

$x_j \in D$ のとき,

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) \quad (13)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_{ji}} = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{-2c_{1ji}}{b_{1ji}A_{ji}(x_j)} \quad (14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_{1ji}} = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{2c_{1ji}(-x_j + a_{ji})}{(b_{1ji})^2 A_{ji}(x_j)} \quad (15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_{2ji}} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial c_{1ji}} = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{2(x_j + b_{1ji} - a_{ji})}{b_{1ji}A_{ji}(x_j)} \quad (17)$$

$$\frac{\partial E}{\partial c_{2ji}} = 0 \quad (18)$$

となる。従って、(7)~(12) 式で示される学習式は次の各式によって具体的に計算できる。

$$w_i(t+1) = w_i(t) - K_w \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) \quad (19)$$

$$a_{ji}(t+1) = a_{ji}(t) - K_a \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{-2c_{1ji}}{b_{1ji}A_{ji}(x_j)} \quad (20)$$

$$b_{1ji}(t+1) = b_{1ji}(t) - K_b \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{2c_{1ji}(-x_j + a_{ji})}{(b_{1ji})^2 A_{ji}(x_j)} \quad (21)$$

$$b_{2ji}(t+1) = b_{2ji}(t) - K_b 0 \quad (22)$$

$$c_{1ji}(t+1) = c_{1ji}(t) - K_c \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} (y - y^*) (w_i - y) \frac{2(x_j + b_{1ji} - a_{ji})}{b_{1ji}A_{ji}(x_j)} \quad (23)$$

$$c_{2ji}(t+1) = c_{2ji}(t) - K_c 0 \quad (24)$$

入力 x_j が D 以外の領域に属する場合についても、同様に (19)~(24) 式の各学習式が定義できる。

3.3 学習手順

本手法の学習の手順としては、はじめに制御対象の入出力関係を示すデータを P 組取得する。そして、ファジィ推論ルールに関するパラメータ（前件部 MSF，後件部実数値）の初期設定を行う。この際、図 4 に示すように、前件部 MSF は MSF の頂点 a_{ji} が入力区間 $[x_{j0}, x_{j1}]$ を n 分割するように設定し、底辺 b_{1ji} , b_{2ji} は入力空間を十分カバーするように、また、隣り合う MSF どうしが十分重なり合うように設定する。また、折点の高さ c_{1ji} , c_{2ji}

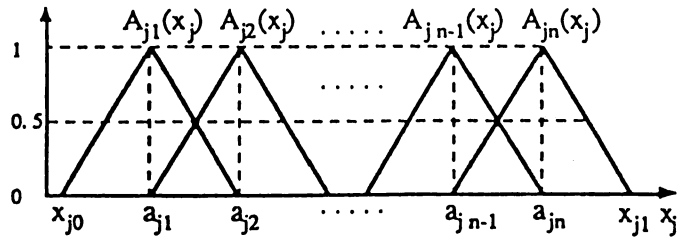


図4 前件部 MSF の初期設定

は0.5に設定する。後件部実数値 w_i は全て0に設定する。この場合、 n このファジィ推論ルールを用意するためには、1個の入力変数 x_j に対する MSF は n 個となる。

次に入力データを1組ずつ FNN に入力し、ファジィ推論を行い制御量 y を出力する。そして、(19) 式に示す学習式に従って、後件部実数値 w_i の修正を行う。同じ入力データを再び FNN に入力し、再度ファジィ推論を行う。(20)～(23) 式に示すような学習式に従って、前件部 MSF のパラメータの修正を行う。これを P 組のデータについて行い、次式で示す平均自乗誤差 G_t (添字 t は学習回数を示す) を計算する。

$$G_t = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P (y(\xi(t), x(p)) - y^*(p))^2 \quad (25)$$

平均自乗誤差 G_t が、次式で示すように、あらかじめ定められたしきい値 δ より小さくなったとき学習を終了する。

$$G_t \leq \delta \quad (26)$$

この (26) 式が満たされないときは、再び最初の入力データの組から学習を繰り返す。

4 シミュレーション

本手法を次の各数式に示される5種類の1入力1出力の関数の近似問題に適用し、その有効性を検討する。

$$y = 300 - 100x \quad (27)$$

$$y = 200(x + 0.1)^2 \quad (28)$$

$$y = 100 + 10 \exp - 10(x - 0.3)^2 \quad (29)$$

$$y = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq -0.2 \text{ or } x \geq 0.7 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (30)$$

$$y = 10 \sin(5\pi x/3) \cdot \exp(x + 0.1)^2 \quad (31)$$

シミュレーションの方法としては、はじめに、(27)～(31) 式の入力値 x を乱数により $[-1, 1]$ の範囲で発生させ、各式を計算し出力値 y を得る。そして、各々の式において20組の入出

力データを取得する。また、出力値 y は、 $[0, 1]$ の範囲で正規化する。

そして、3.3 節に示した学習の手順に従って、制御対象の入出力関係を表現するように逐次的に学習を繰り返し、平均自乗誤差があるしきい値 δ （ここでは、 $\delta = 0.001$ とした）以下になるまで学習を繰り返す。

学習の結果、(27)~(31) 式について、表 1 に示すような結果が得られた。

表 1 で、二等辺三角型 MSF と折れ線型 MSF を用いた場合を比較する。ここではルール数を $n=4$ とした。1 入力であるので 4 個の MSF を構成することになる。(27), (28) 式のような比較的単純な関数の近似においては、2 種類の MSF についてはほとんど差はない。しかし、(29)~(31) 式のような複雑な関数の近似においては、学習回数に差が現れる。特に (30) 式では、折れ線型 MSF を用いた場合は、二等辺三角型 MSF を用いた場合に比べて約 6 分の 1 の学習回数で学習が終了していることがわかる。

図 5 に MSF の初期設定（二等辺三角型 MSF も折れ線型 MSF も最初はこの形をして

表 1 学習係数をそろえた場合の学習回数の比較

式	MSF	学習係数 $K_a, K_b, (K_c), K_w$	学習回数
27	二等辺三角型	0.1, 0.1, 1.0	2
	折れ線型	0.1, 0.1, (0.001), 1.0	2
28	二等辺三角型	1.0, 0.1, 0.5	6
	折れ線型	1.0, 0.1, (0.01), 0.5	4
29	二等辺三角型	0.01, 0.5, 0.3	34
	折れ線型	0.01, 0.5, (0.6), 0.5	7
30	二等辺三角型	0.02, 0.02, 0.5	958
	折れ線型	0.02, 0.02, (0.05), 0.5	147
31	二等辺三角型	0.01, 0.5, 0.1	72
	折れ線型	0.01, 0.5, (0.5), 0.1	40

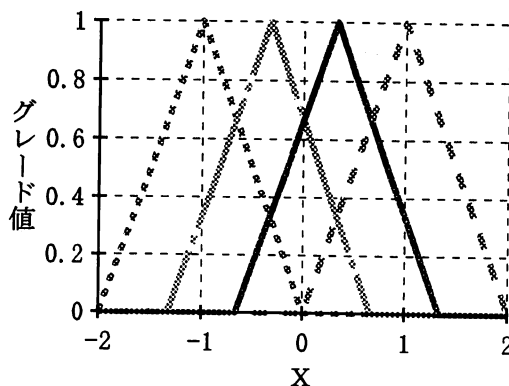
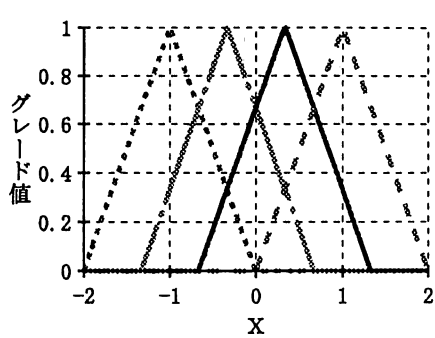
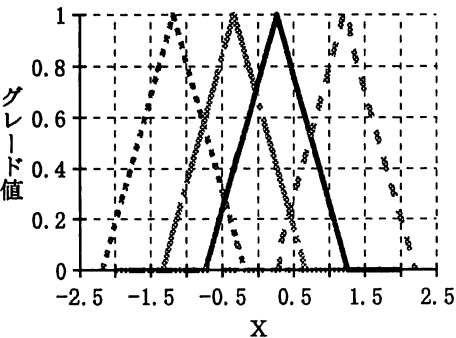


図 5 前件部 MSF の初期値

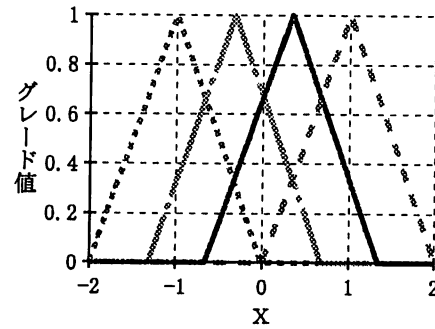
いる)を示し、図6～10に各式の二等辺三角型 MSF、折れ線型 MSF、それぞれの入出力関係を表す図を示す。図6～10の(a)、(b)と表1から折れ線型 MSF の折点でのわずかな値の変化が学習回数の減少に影響していることがわかる。このように二等辺三角型 MSF に比べて、折れ線型 MSF を用いた場合、少ない学習回数で終了していることがわかる。(c)での点線、実線、鎖線はそれぞれ理想値、二等辺三角型、折れ線型の出力値を表している。



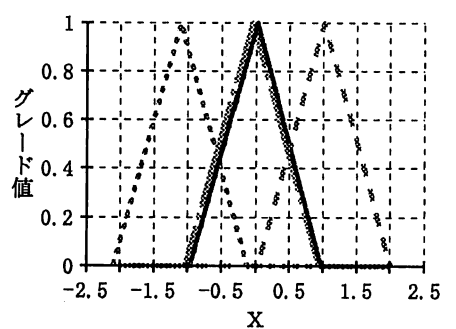
後件部実数値 $w1=0.925593$, $w2=0.711382$,
 $w3=0.303333$, $w4=-0.0279667$
(a) 二等辺三角型 MSF



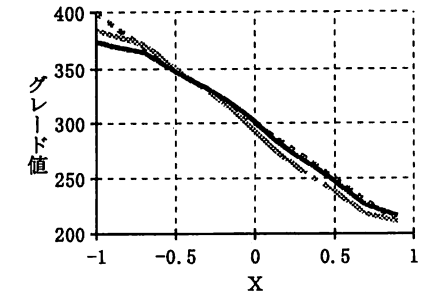
後件部実数値 $w1=0.710593$, $w2=-0.243487$,
 $w3=0.101517$, $w4=0.952486$
(a) 二等辺三角型 MSF



後件部実数値 $w1=0.991029$, $w2=0.714274$,
 $w3=0.209668$, $w4=-0.0200746$
(b) 折れ線型 MSF

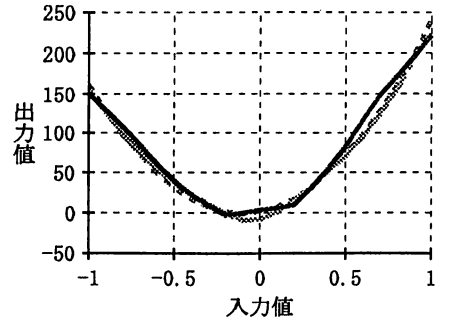


後件部実数値 $w1=0.664737$, $w2=-0.606769$,
 $w3=-0.00712211$, $w4=0.92751$
(b) 折れ線型 MSF



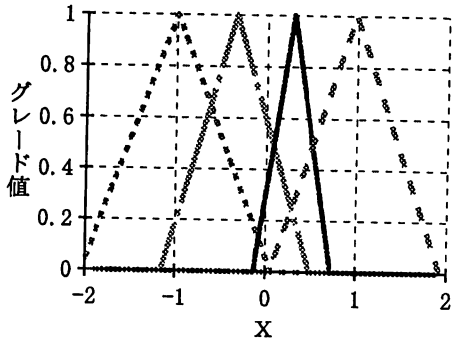
(c) 入出力関係

図6 ⑰式の MSF と入出力関係



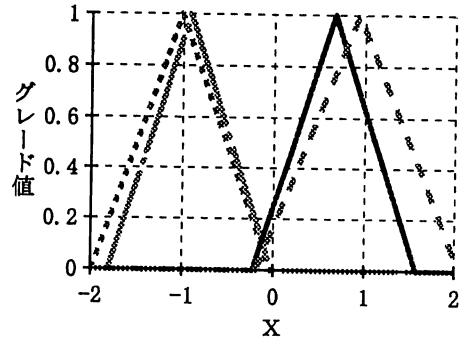
(c) 入出力関係

図7 ⑳式の MSF と入出力関係



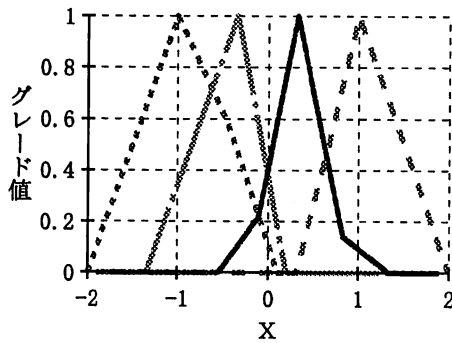
後件部実数値 $w_1 = -0.00969206$, $w_2 = 0.0259119$,
 $w_3 = 1.45149$, $w_4 = 0.0248747$

(a) 二等辺三角型 MSF



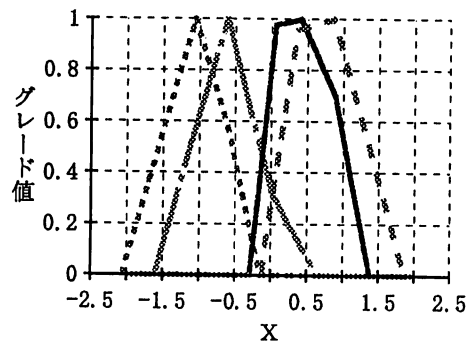
後件部実数値 $w_1 = 1.05977$, $w_2 = 0.949744$,
 $w_3 = -2.87458$, $w_4 = 3.7988$

(a) 二等辺三角型 MSF



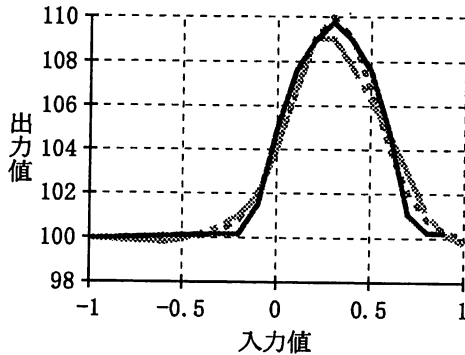
後件部実数値 $w_1 = 0.00237856$, $w_2 = -0.0586352$,
 $w_3 = -0.851416$, $w_4 = -0.202735$

(b) 折れ線型 MSF



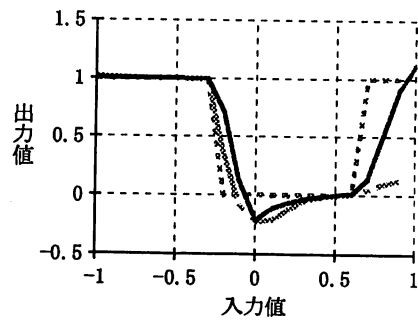
後件部実数値 $w_1 = 1.04459$, $w_2 = 0.974923$,
 $w_3 = -1.127$, $w_4 = 1.01276$

(b) 折れ線型 MSF



(c) 入出力関係

図8 (29) 式の MSF と入出力関係

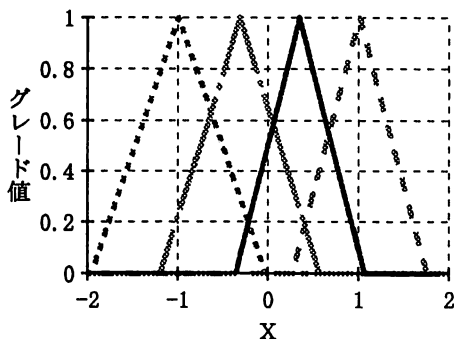


(c) 入出力関係

図9 (30) 式の MSF と入出力関係

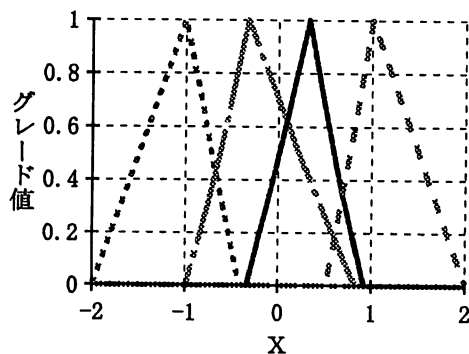
5 おわりに

本論文では、ファジィ制御におけるファジィ推論ルールの調整に FNN の学習機能を利用する方法において、ファジィ推論ルールの MSF を二等辺三角型から折れ線型に変更する手法を用いた。MSF を構成するパラメータを調節することにより、MSF の形状を柔軟に変更することが可能となった。これにより、制御対象の入出力関係を柔軟に学習できる



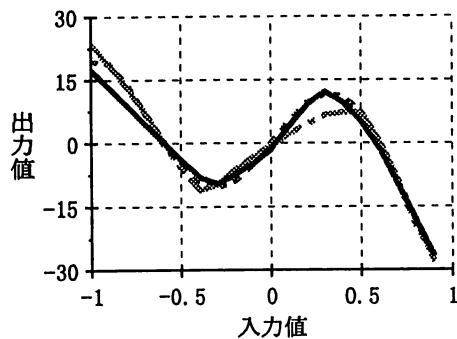
後件部実数値 $w_1=1.13311$, $w_2=0.134628$,
 $w_3=1.12059$, $w_4=-0.238974$

(a) 二等辺三角型 MSF



後件部実数値 $w_1=1.07168$, $w_2=0.36338$,
 $w_3=0.892908$, $w_4=-0.00834267$

(b) 折れ線型 MSF



(c) 入出力関係

図10 ③)式の MSF と入出力関係

ようになった。

今後の課題として、今回使用した簡略化ファジィ推論では、得られたファジィ推論ルールの後件部が実数値であるので、見た目には意味がわかりにくい。よって後件部を実数値ではなくファジィ集合で表すようにしたい。

参考文献

- 1) 大木, 宮田, 田中, 大北:「折れ線型メンバシップ関数を用いたファジィルールの自動チューニング」, 電気学会論文誌C, Vol. 116-C, No. 7, pp. 776-784, 1996.
- 2) 堀川, 古橋, 内川:「ファジィニューラルネットワークの構成法と学習法」, 日本ファジィ学会誌, Vol. 4, No. 5, pp. 906-928, 1992.

The Characteristics of Fuzzy Neural Network

Yoshiaki KASHIHARA and Hiroyuki NARIHISA*

Graduate School of Engineering

**Department of Information & Computer Engineering*

Faculty of Engineering

Okayama University of Science

Ridai-cho 1-1, Okayama 700-0005, Japan

(Received October 6, 1997)

Recently, various techniques have been proposed in order to combine fuzzy reasoning and neural network as a way of tuning fuzzy reasoning rule. By using a property of learning function of network, we can construct a fuzzy neural network (Fuzzy Neural Network: FNN) which is composed of fuzzy structure having to do with fuzzy rules.

In this paper, we present the characteristics of FNN which is able to learn given membership function (triangle membership function, piecewise membership function) and to control fuzzy processes.